ACTIVIDADES POR SUSPENSIÓN DE CLASES PRESENCIALES

Espacio curricular: Matemática

Curso: 6to año A

Docente: Viviana Corradini

e-mail: vcorradini@institutonsvallecba.edu.ar

PARTE II: Actividades a desarrollar durante la semana del 30/03 al 03/04

Temas: 1. *Sexto caso de Factoreo*

 2. *Teorema de Gauss.*

Objetivos: - Recuperar conceptos previos desarrollados en años anteriores.

 - Fomentar la capacidad de autonomía en el estudio

 - Aplicar lo aprendido a otros ejemplos.

El plazo para enviar estas actividades es el **lunes 06-04**.

Evaluación: Estas actividades serán calificadas en porcentaje y formará parte de la nota de proceso del primer trimestre.

Los criterios a tener en cuenta para evaluar son:

\* Presentación en tiempo y forma.

\* El planteo y la justificación de los pasos realizados para resolver.

\* La pertinencia temática.

Para todas las actividades tengan en cuenta:

* Resolverlas individualmente, en forma manuscrita, y luego enviarlas escaneadas o por foto a la dirección de correo indicada en este archivo, para ser corregidas.
* Procurar nitidez y legibilidad en las respuestas enviadas.
* Identificar los archivos enviados con su nombre y apellido.

***SEXTO CASO DE FACTOREO***

Dado que ya hemos repasado del primer al quinto caso de factoreo, les comparto esta guía de estudio con el objeto de recordar los pasos a seguir para factorear un polinomio aplicando el sexto caso de factoreo.

La metodología de esta propuesta de trabajo consiste en que vayan completando la guía y transcriban a sus carpetas sólo algunos ejemplos y los ejercicios que tienen que resolver, con su correspondiente resolución. Para facilitarles su identificación estarán escritos en color azul.

Comencemos:

Como Uds. ya saben el sexto caso de factoreo lleva por nombre **“*Suma o diferencia de potencias de igual grado”***, y, como podrán deducir de este nombre, se aplica a polinomios de dos términos (binomios) cuyos términos sean dos potencias que tienen el mismo exponente.

En símbolos: $P\left(x\right)=x^{n}\pm a^{n}$

Como verán existen cuatro posibilidades:

* Que el polinomio sea una ***suma*** de dos potencias con exponente ***impar***: Ejemplo: $P\left(x\right)=x^{3}+27$ ( $P\left(x\right)=x^{3}+3^{3}$ )
* Que el polinomio sea una ***diferencia*** de dos potencias con exponente ***impar***: Ejemplo: $P\left(x\right)=x^{5}-32$ ( $P\left(x\right)=x^{5}-2^{5}$ )
* Que el polinomio sea una ***diferencia*** de dos potencias con exponente ***par***: Ejemplo: $P\left(x\right)=x^{4}-16$ ( $P\left(x\right)=x^{4}-2^{4}$ )
* Que el polinomio sea una ***suma*** de dos potencias con exponente ***par***:

 Ejemplo: $P\left(x\right)=x^{2}+25$ ( $P\left(x\right)=x^{2}+5^{2}$ )

Para poder aplicar este caso de factoreo deben recordar, además, por qué polinomios son divisibles los cuatro tipos de polinomios descriptos anteriormente:

* Si un polinomio es la suma de dos potencias con exponente impar es divisible por la suma de sus bases.
* Si un polinomio es la diferencia de dos potencias con exponente impar es divisible por la resta de sus bases
* Si un polinomio es la diferencia de dos potencias con exponente par es divisible por la suma o por la resta de sus bases
* Si un polinomio es la suma de dos potencias con exponente par no es divisible ni por la suma ni por la resta de sus bases

Resumiendo lo anterior en un cuadro:

|  |  |
| --- | --- |
| $$P\left(x\right)=x^{n}\pm a^{n}$$ | Se divide por  |
| exponente impar | $$x^{n}+a^{n}$$ | $$x+a$$ |
| $$x^{n}-a^{n}$$ | $$x+a$$ |
| exponente par | $$x^{n}-a^{n}$$ | $$x+a ∨ x-a $$ |
| $$x^{n}+a^{n}$$ | No tiene divisores de esta forma |

Habiendo repasado esto, ahora estamos en condiciones de ver los pasos para factorear:

Para ello, vamos a tomar uno de los ejemplos anteriores

$P\left(x\right)=x^{3}+27$ (I)

Observemos que las bases de las potencias que forman este polinomio son: x y 3, ya que también lo podemos escribir así: $P\left(x\right)=x^{3}+3^{3}$

Y, como el polinomio es una suma de dos potencias con exponente impar, es divisible por la suma de sus bases, es decir por el binomio $x+3$ (II)

Entonces hacemos la división entre el polinomio dado (I) y su divisor (II):

$$(x^{3}+27):\left(x+3\right)$$

Para efectuar esta división podemos aplicar la regla de Ruffini

(¡No debemos olvidarnos que antes de dividir debemos completar el polinomio dividendo!)

 1 0 0 27 1 0 0 27

 -3 -3 -3 9 -27

 1 -3 9 0 resto

 Cociente: $x^{2}-3x+9$ (III)

Para factorear escribimos el producto entre el binomio formado por las bases de las potencias (II) y el polinomio cociente de la división por Ruffini (III). Es decir:

$$\left(x^{3}+27\right)= \left(x+3\right) . \left(x^{2}-3x+9 \right)$$

Así el polinomio quedó factoreado, es decir, quedó escrito como el producto de dos polinomios primos.

Veamos ahora otro de los ejemplos:

$$P\left(X\right)=x^{4}-16$$

Bases: x y 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| exponente par | $$x^{n}-a^{n}$$ | Se divide por: $x+a ∨ x-a$ |

Como se puede dividir por la suma o por la resta de las bases, elegimos dividir por la resta de las bases:

$\left(x^{4}-16\right):\left(x-2\right)$ 1 0 0 0 -16

 2 2 4 8 16

 1 2 4 8 0

 Cociente: $x^{3}+2x^{2}+4x+8$

Factoreo:

 $x^{4}-16=\left(x-2\right).\left(x^{3}+2x^{2}+4x+8\right)$ Además, en el segundo factor del resultado

 podemos aplicar 2° caso

 = $\left(x-2\right).\left[\left(x^{3}+2x^{2}\right)+\left(4x+8\right)\right]$

 = $\left(x-2\right).\left[x^{2}.\left(x+2\right)+4.\left(x+2\right)\right]$

 = $\left(x-2\right).\left(x+2\right).\left(x^{2}+4\right)$ Éste es el resultado final.

$x^{4}-16$ = $\left(x-2\right).\left(x+2\right).\left(x^{2}+4\right)$

Así el polinomio quedó factoreado.

Otro ejemplo:

$$P\left(x\right)=x^{2}+25$$

Como este polinomio es una suma de potencias con exponente par no es divisible ni por la suma ni por la diferencia de sus bases. Por lo tanto, no se puede factorear. Esto significa que es un polinomio primo.

IMPORTANTE: todos los polinomios que son binomios de grado par con coeficientes positivos son primos, es decir, no se pueden factorear.

Ahora te propongo que resuelvas el último ejemplo:

$$P\left(x\right)=x^{5}-32$$

Las bases son: …. y ……

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| exponente ……. | $$x^{n}-a^{n}$$ | Se divide por: (…………..) |

Dividimos: $\left(x^{5}-32\right):\left(………\right)$

 Cociente: ……………………….

Factoreo: $x^{5}-32=\left(x-2\right).\left(x^{4}+2x^{3}+4x^{2}+8x+16\right)$

Si llegaste a este resultado, realizaste correctamente todos los pasos.

Ejercitación:

Factorea los siguientes polinomios:

1. $x^{7}+1=$ 2) $x^{4}+16=$ 3) $x^{5}-243=$ 4) $x^{4}-\frac{1}{625}=$

***TEOREMA DE GAUSS***

Éste también es un tema de repaso, pero sólo veremos cómo aplicarlo, no veremos su enunciado.

El teorema de Gauss nos permite hallar las raíces racionales de un polinomio que tiene las siguientes características:

* Tiene coeficientes enteros. (los coeficientes son los números que multiplican a la indeterminada x)
* Tiene término independiente no nulo, es decir, distinto de cero.

Para hallar las raíces del polinomio debemos seguir los siguientes pasos:

1

 Buscar los divisores del término independiente (p)

2

 Buscar los divisores del coeficiente principal (q)

3

 Buscar las posibles raíces, dividiendo cada divisor del término independiente (p) por

 cada divisor del coeficiente principal (q). Es decir: $\frac{p}{q}$

 Determinar las raíces del polinomio.

4

RECUERDA: un número **a** es raíz de un polinomio si, al reemplazar la variable x por dicho número **a**, el polinomio se anula, es decir da cero.

Ejemplo:

1

$$P\left(x\right)=2x^{3}-3x^{2}-8x-3$$

 Divisores de p = 1; -1; 3; -3

 Divisores de q = 1; -1; 2; -2

2

 Posibles raíces $\frac{p}{q}$ = 1; -1; $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; $3; -3; $\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$

4

3

 Ahora buscamos las raíces:

 $P\left(1\right)=2 . 1^{3}-3 . 1^{2}-8 . 1-3=-12\ne 0$ , por lo tanto 1 no es raíz

 $P\left(-1\right)=2.\left(-1\right)^{3}-3.\left(-1\right)^{2}-8.\left(-1\right)-3=0$ , por lo tanto -1 es raíz

 $P\left(3\right)=2 . 3^{3}-3 . 3^{2}-8 . 3-3=0$ , por lo tanto 3 es raíz

 $P\left(2\right)=2 . 2^{3}-3 . 2^{2}-8 . 2-3\ne 0$ , por lo tanto 2 no es raíz

 $P\left(-\frac{1}{1}\right)=2 . \left(-\frac{1}{2}\right)^{3}-3 . \left(-\frac{1}{2}\right)^{2}-8 . \left(-\frac{1}{2}\right)-3=0$ , por lo tanto $-\frac{1}{2}$ es raíz

Entonces las raíces del polinomio son: -1 ; $-\frac{1}{2}$ y 3

RECUERDA: todo polinomio tiene a lo sumo tantas raíces reales como su grado.

Por esto, el polinomio del ejemplo, que es de tercer grado, tiene tres raíces (podría tener menos)

Otro ejemplo:

$$P\left(x\right)=-x^{3}+4x^{2}-x-6$$

 Divisores de p = …………………….

1

 Divisores de q = …………………….

2

 Posibles raíces $\frac{p}{q}$ = ……………………

4

3

 Buscar las raíces: ……………….

 Las raíces del polinomio son: -1; 3 y 2

Si llegaste a este resultado, realizaste correctamente todos los pasos.

Ejercitación:

Calcula las raíces de los siguientes polinomios usando el teorema de Gauss:

1. $P\left(x\right)=x^{3}-3x+2$
2. $P\left(x\right)=x^{4}-81$
3. $P\left(x\right)=x^{2}-5x+6$